平成 21 年度　**灘中学校　入学試験問題**（予想）

算数　（第１日　３枚のうちの３枚目）

（単位は不要である）

＜解答例＞

1	2	3	4	5
7	2178	2012	702009	23

6	7		8	
21	① 80	② 14	① 13	② 20

9	10	11	12
18	46.68	$\frac{1}{4}$	32

13	
① $\frac{9}{4}$	② 21

＜解説＞

1 $\frac{1}{5}+(\frac{20}{3}+\boxed{\quad})\div 2009=\frac{1}{21}+\frac{2}{35}+\frac{5}{49}$

$(\frac{20}{3}+\boxed{\quad})\div 2009=\frac{1}{21}+\frac{2}{35}+\frac{5}{49}-\frac{1}{5}=\frac{1}{3\times 7\times 7}$

$\frac{20}{3}+\boxed{\quad}=\frac{2009}{3\times 7\times 7}=\frac{41}{3}$

$\boxed{\quad}=7$

答　7

2 4 桁の整数 $\boxed{\quad}$ を 4 倍すると、もとの整数の数字の並び順を逆にしたもの(1234 なら 4321、3751 なら 1573)になった。

元の整数を ABCD とすると、

ABCD×4＝DCBA

A は 4 倍した 1 の位であるから偶数。また、4 倍しても 4 桁であることから、A は 2 以下。したがって、A＝2

2BCD×4＝DCB2

D は 8 以上である。また、D×4 の 1 の位は 2 である。したがって、D=8

2BC8×4＝8CB2

千の位への繰り上がりがないことより、B は 0,1,2 のいずれか。C×4＋3 の 1 の位が B であることより、B は奇数。したがって、B＝1

21C8×4＝8C12

C×4＋3 の 1 の位が 1 であることより、C は 2,7 のどちらか。また、千の位への繰上りがないので、C は 4 以上。したがって、C=7

以上より、

2178×4＝8712

答　2178

$\boxed{3}$ 2009 年 1 月 17 日は第 3 土曜日で、第 2 木曜日である 2009 年 1 月 8 日の 9 日後である。次に 1 月の第 3 土曜日が第 2 木曜日の 9 日後になるのは西暦 $\boxed{}$ 年である。ただし、西暦が 4 の倍数の年はうるう年である。

問題文より、2009 年 1 月のカレンダーは以下のようになっている。

日	月	火	水	木	金	土
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17

順にずらしていくと、
2010 年
　第 2 木曜日　14 日
　第 3 土曜日　16 日
2011 年
　第 2 木曜日　13 日
　第 3 土曜日　15 日
2012 年
　第 2 木曜日　12 日
　第 3 土曜日　21 日
となり、2012 年に再び 1 月の第 3 土曜日が第 2 木曜日の 9 日後になる。

ちなみに、2010 年と 2011 年では、第 1 土曜日の方が第 1 木曜日よりも先にあるため、2 日後になってしまう。1 日の曜日が日曜～木曜にあれば第 1 木曜日が第 1 土曜日よりも先にあるので、9 日後となるため、2012 年に再び 9 日後となる。

答　2012

$\boxed{4}$ 下 4 桁が 2009 である 99 の倍数のうち、最も小さい数は $\boxed{}$ である。

ある数を 100 倍して、その数を引くと考えればよい。

$$\begin{array}{r} \boxed{}\ 00 \\ -)\ \boxed{} \\ \hline 2009 \end{array}$$

まず、

$$\begin{array}{r} \boxed{\ \ 91}\ 00 \\ -)\ \boxed{\ \ 91} \\ \hline 20\ \ 09 \end{array}$$

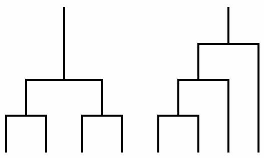
よって、繰り下がりを考えて、

$$\begin{array}{r} \boxed{7091}\ 00 \\ -)\ \boxed{70\ \ 91} \\ \hline 20\ \ 09 \end{array}$$

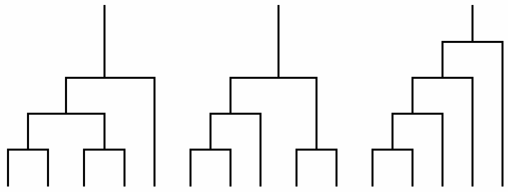
したがって、条件を満たす 6 桁以下の数は 702009 のみである。
ゆえに、最小値は 702009 である。

答　702009

5 4人でトーナメントをするとき、右の図①のように2通りがある。



図①



図②

また、5人では、図②のように3通りである。8人では $\boxed{\quad}$ 通りである。

トーナメントの図を書くと、最終試合のところで、右半分と左半分に分かれるので、その人数の分かれ方で場合わけして、人数を少しずつ増やしていく。
まず、６人の場合。１人＋５人のとき、１人の方法は１通り、５人の方法は問題に示されているように３通りであるから、１×３＝３通り。２人＋４人のとき、２人の方法は１通り、４人の方法は２通りであるから、１×２＝２通り。３人＋３人のとき、どちらも１通りであるから、１通り。よって３＋２＋１＝６通り。
７人の場合。１×６＋１×３＋１×２＝１１通り
８人の場合。４人＋４人のとき、どちらも２通りだが、２×２＝４通りとすると、右側と左側を入れ替えただけの場合を重複して数えてしまう。４通りのうち、２通りは右側と左側が同じ形の場合である。残りの２通りは、右側と左側が異なる場合であり、２回ずつ数えてしまっている。よって、２＋(２×２－２)÷２＝３通り。
したがって、１×１１＋１×６＋１×３＋３＝２３通り。

ちなみに、
n人のときの試合形式の数をa[n]とし、mを整数とすると、
（ア）n＝2m＋1 のとき
　a[n]＝a[1]×a[n－1]＋a[2]×a[n－2]＋……＋a[m]×a[m＋1]
（イ）n=2m のとき
　a[n] ＝ a[1] × a[n － 1] ＋ a[2] × a[n － 2] ＋ …… ＋ a[m － 1] × a[m ＋ 1]+

$$\frac{a[m]+a[m]^2}{2}$$

となる。

答　23

6 今日、正宗君の年齢は、弟の龍男君の年齢の3倍である。3000日後、正宗君の年齢の各位の和と、弟の年齢の各位の和は等しい。さらにその3000日後、正宗君の年齢の一の位の数字と、弟の年齢の一の位の数字は等しい。また、正宗君は今1歳以上100歳未満である。今日から2009日後の正宗君の年齢は $\boxed{\quad}$ 歳である。

　まず、「3000日後」について考える。
　　　3000÷365＝8…80
であるから、「ある日A」から80日以内に誕生日がある場合は9歳、その後に誕生日がある場合は8歳、3000日後には年をとっている。
　さらに、3000日後には、最初の3000日に9歳年をとったときは8歳、最初の3000日に8歳年をとったときは、誕生日が「ある日A」から160日以内にある場合は9歳、その後に誕生日がある場合は8歳、年をとる。

　3000 日後、正宗君の年齢の各位の和と弟の年齢の各位の和は等しいことから、3000日後の正宗君の年齢と弟の年齢を9で割った余りは等しい。
　6000 日後、正宗君の年齢の一の位の数字と、弟の年齢の一の位の数字は等しくなることから、3000日後の2人の年齢の差は、10の倍数、または、10の倍数－1、または、10の倍数＋1である。
　これが9の倍数となることから、3000日後の2人の年齢の差は0歳、9歳、81歳…などが考えられる。
　0歳のとき、現在2人とも0歳であることになり、条件に反する。
　81歳以上のとき、現在の正宗君の年齢が100歳を超え、条件に反する。
　したがって、3000日後の2人の年齢の差は9歳。これが、さらに3000日後10歳になることより、さらなる3000日間に正宗君は9歳、弟は8歳年をとったことになる。よって、最初の3000日間に正宗君は8歳、弟は8歳または9歳年をとった。ゆえに、今の年齢の差は9歳または10歳である。したがって、現在、正宗君は15歳、弟は5歳であり、弟は今から3000日間に9歳年をとる。
　以上より、現在、正宗君は15歳、弟は5歳であり、弟の誕生日は80日以内、兄の誕生日は80日以降160日以内にある。

（次ページに続く）

（前ページより）

2009 日後、

2009÷365＝5…184

より、兄の誕生日は 80 日以降 160 日以内にあるので、兄は 6 歳年をとる。

したがって、15＋6＝21 歳が求める答えである。

うるう年や、「日後」「日目」などを考慮しなかったが、結局 184 が 160 を大きく超えているので、気にしなくて良い。

また、平成 21 年で答えが「21」となっている。

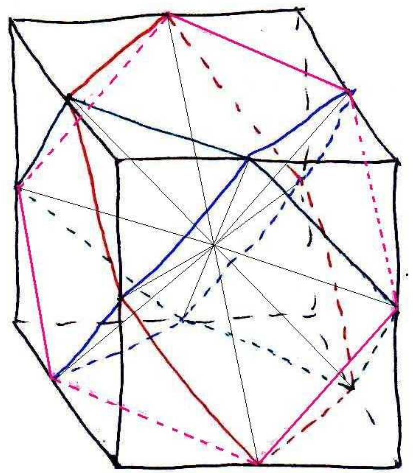
答　21

7 立方体には辺が 12 本あるため、「辺の真ん中の点」も 12 個ある。この 12 個のうち 3 個を選び、その 3 点を通る平面で立方体を切断する。このとき、切り口が正六角形になる 3 点の選び方は ① 通りあり、また、切り口が正六角形になる切断をすべて行うと立方体は ② 個に分かれる。

右の図のように、4 通りの切断がある。

それぞれについて、6 個の頂点から 3 個を選ぶ 6C3＝20 通りがあるので、3 点の選び方は 20×4＝80 通り。

また、この 4 つの切断をすべて行うと、右の図のように、立方体の頂点を含むタイプ 8 個と、立方体の各面の対角線の交点を含むタイプ 6 個の、合計 14 個の立体に分かれる。



答　①　80　②　14

8 テツヤ君が A 地から B 地に向かって一定の速さで歩き出した。明浩君は、テツヤ君が A 地を出発した数分後の 9 時ちょうど、テツヤ君より速いスピードで B 地へ走り出し、A 地とテツヤ君の間を往復することを繰り返した。すると、明浩君は 9 時 20 分に一回目、10 時 20 分に二回目、 ① 時 ② 分に三回目に A 地を折り返した。ただし、時刻は 24 時制とする。

A：明浩君が A 地を出発

B：テツヤ君が A 地を出発

C：テツヤ君が明浩君に追いつく

D：テツヤ君が A 地を折り返す

E：テツヤ君が 2 回目に明浩君に追いつく

F：テツヤ君が 2 回目に A 地を折り返す

G：テツヤ君が 3 回目に明浩君に追いつく

H：テツヤ君が 3 回目に A 地を折り返す

条件より、B が 9 時ちょうど、D が 9 時 20 分、F が 10 時 20 分

よって、C は 9 時 10 分、E は 9 時 50 分

C から E までの 40 分間に明浩君が進んだ距離を、テツヤ君は 30－10＝20 分で進むので、テツヤ君の速さを[2]／分、明浩君の速さを[1]／分とおける。

E は A 地から[60]の地点で起こる。

F のとき、明浩君は A 地から[90]の地点にいる。

これが追いつくのに 90 分かかるので、G は 11 時 50 分。

H はさらに 90 分後の 13 時 20 分。

答　①13　②20

9 十二角柱があり、底面は、最も長い対角線の長さが 2cm である正十二角形、側面は、対角線の長さが 2cm である長方形である。
この正十二角柱の表面積は、□ cm^2 である。

等辺が 1cm で頂角が 30 度の二等辺三角形の面積は$\frac{1}{4}$ cm^2

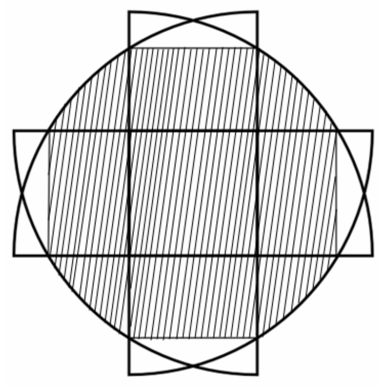
底面積は、この 12 倍が上下 2 枚あるので、6cm^2

側面の長方形は、正十二角形の底面積にちょうど入る大きさであり、$\frac{1}{4}$ の 4 倍が 12 枚で、12cm^2

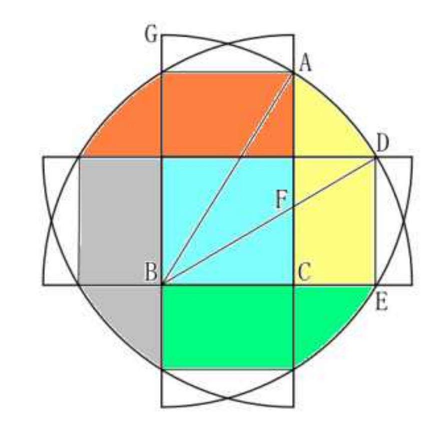
よって、6＋12＝18cm^2

答　18

10 右の図のように、半径 6cm の四分円 (中心角が 90 度のおうぎ形) を、中央に 1 辺 3cm の正方形ができるように 4 個重ねた。
斜線部分の面積は、□ cm^2 である。



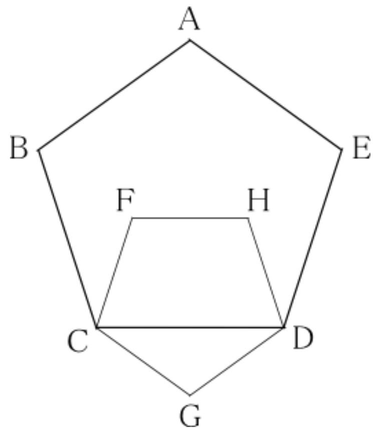
右の図のように分割する。

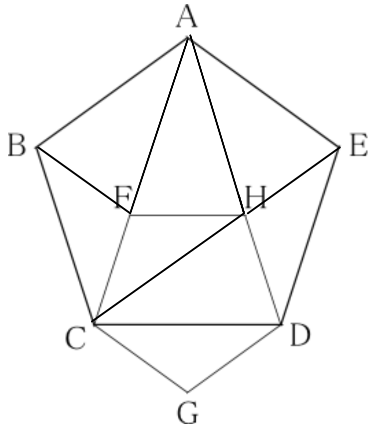


まず，黄色の図形 ACED の面積を求める。
AB＝BD＝6 cm，BC＝DE＝3 cm，角 ACB＝角 BED＝90 度であるから，三角形 ABC と三角形 BDE は合同で面積は等しい。
共通部分の三角形 BCF を除いた，三角形 ABF と四角形 CEDF の面積も等しい。
よって，黄色の図形 ACED とおうぎ形 ABD の面積は等しい。
また，BD＝6 cm，DE＝3 cm より，角 DBE＝30 度
同様に，角 ABG＝30 度
したがって，角 ABD＝90－(30＋30)＝30 度
よって，黄色の図形 ACED の面積は 6×6×3.14×(30/360)＝9.42 cm^2
緑色，灰色，オレンジ色の部分の面積も同じく 9.42 cm^2
また，中央の水色の正方形の面積は 3×3＝9 cm^2
ゆえに，求める面積は 9.42×4＋9＝46.68 (cm^2)

答　46.68

$\boxed{11}$ 右の図は、正五角形 ABCDE と正五角形 FCGDH が重なったものである。このとき四角形 FCDH の面積は六角形 ABCGDE の面積の $\boxed{}$ 倍である。

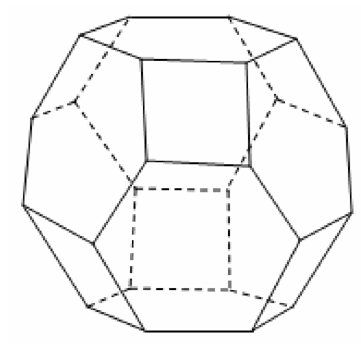




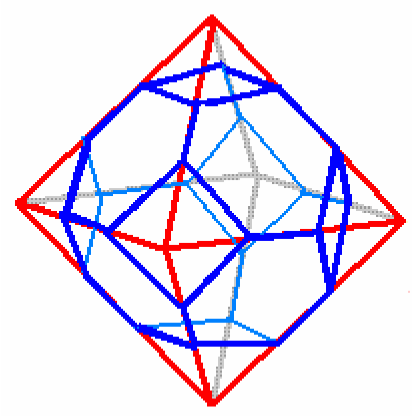
左の図のように分割する。
△ABF、△AFH、△AHE、△CDH は合同で等積。
△BCF、△DEH、△CDG、△CFH は合同で等積。
したがって、四角形 FCDH の面積は六角形 ABCGDE の面積の$\frac{1}{4}$ 倍である。

答 $\frac{1}{4}$

$\boxed{12}$ 右の図の立体は、1 辺の長さが等しい正方形 6 個と正六角形 8 個を組み合わせてつくったものである。正方形 1 個の面積が 2 cm^2 であるとすると、この立体の体積は $\boxed{}$ cm^3 である。



問題の立体は、右の図のように正八面体から正四角錐を 6 個引いたものである。



正方形の対角線は 2cm である。
したがって、正八面体の対角線は 6cm。
よって、正八面体の体積は、

$(6\times6\div2)\times6\div3=36(cm^3)$

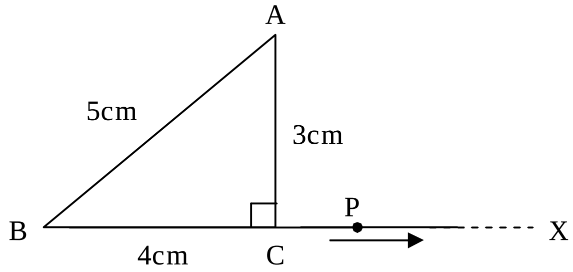
正四角錐 1 個の体積は正八面体の体積の$\frac{1}{54}$ であるから、求める体積は

$36\times(1-\frac{1}{54}\times6)=32(cm^3)$

である。

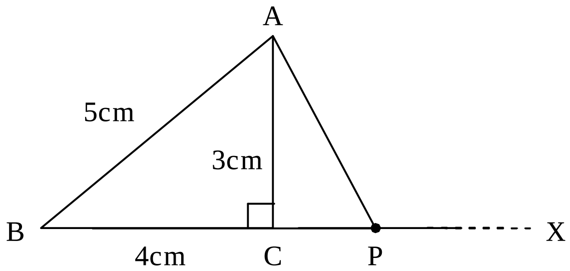
答 32

13 右のように、AB=5cm,BC=4cm,CA=3cm の直角三角形 ABC があり、辺 BC を図のように延長した。いま、点 P が頂点 C を出発し、秒速 1cm の速さで、点 X の方向に移動しはじめた。



このとき、∠BAP=90°となるのは、点 P が頂点 C を出発してから ① 秒後であり、∠BAP＝135°となるのは、点 P が頂点 C を出発してから ② 秒後である。

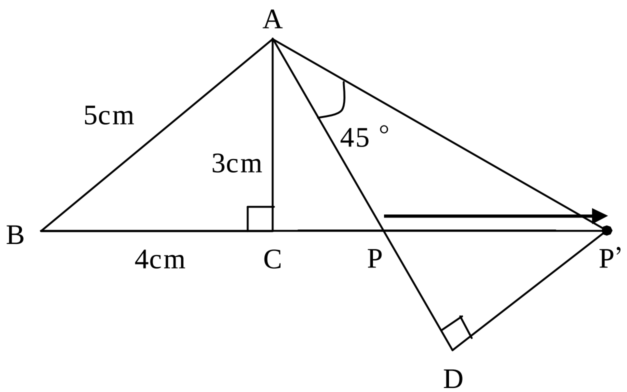
①



△ABC と△PAC は相似であるから、

$$CP=AC\times\frac{AC}{BC}=\frac{9}{4}\ (cm)$$

②



①から何秒後か考える。①での AP の延長に②での点 P’から垂線 P’D をおろす。

$AP=\frac{15}{4}$ である。

△PP’D と△ABC は相似であるから、

PD＝③,P’D＝④,PP’=⑤

とおける。

△ADP’は直角二等辺三角形であるから、

AD＝P’D

よって、

$$③+\frac{15}{4}=④$$

したがって、

$$①=\frac{15}{4}$$

$$PP’=⑤=\frac{75}{4}$$

ゆえに、

$$CP=\frac{9}{4}+\frac{75}{4}=21(cm)$$

(別)

点 P’から辺 BA の延長に垂線 P’E を下ろすと、

P’E＝[3],EB＝[4],BP’＝[5]

△EAP’は直角二等辺三角形であるから、

EA＝EP’＝[3]

よって、

BA＝5cm＝[1]

BP’＝25cm

CP’＝25cm－4cm＝21cm

答 ① $\frac{9}{4}$ ② 21

＜分析＞

難易度・コメント

1　☆
計算問題作るのは結構難しかったです。結局右辺の分母がすべて 7 の倍数になってしまって、気に入ってはいません…

2　☆☆☆
結構気に入っている問題。ちなみに、1089×9＝9801

3　☆☆
うるう年は考える必要ありませんでした

4　☆☆☆
11 の倍数判定法を使っても OK!

5　☆☆☆☆
気づけば解けますが、フィボナッチだと思ったら間違えます。

6　☆☆☆☆☆
結構めんどうですね・・・

7　①☆☆　②☆☆☆
①は誰もが 1 度は疑問に思ったことがあるのではないでしょうか?

8　☆☆☆☆
丁寧に図を描ければ、おのずと答えが出てくる?

9　☆☆☆
キレイな問題ですね。うん。

１０　☆☆☆☆
これもキレイ

１１　☆☆☆
これまたキレイ

１２　☆☆☆☆☆
気づけるかどうかですね。
こんな問題、入試には出ないけど

１３　①☆☆　②☆☆☆☆
②では、45°と直角二等辺三角形を結びつけることがポイント。
この問題を灘の先生が思いついたら確実に出題するでしょうね（笑）

今回の予想問題は、既に発表していた問題 5 問と、未発表の問題 8 問の、計 13 問となりました。
未発表のものは、『趣味の算数』で出題するにはすこし粗末な（難易度の面でも、内容の面でも）問題を、この機会に出題させていただきました。

解いてくださったかたは、本当にありがとうございました。
これからもよろしくおねがいします。

おわり