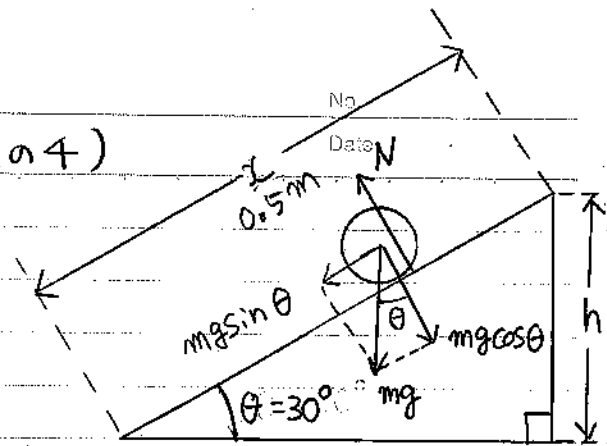


問 P22 1.6D 平面・空間での運動(その4)

A



119.

- (1) 物体に働く力 \rightarrow 重力 $= mg$
 斜面に物体が置かれているので、
 重力が斜面の水平方向 $mg \sin \theta$ 、
 斜面の垂直方向 $mg \cos \theta$ の2つに分解可能

$$\vec{mg} = \vec{mg} \sin \theta + \vec{mg} \cos \theta$$

$m = 2 \text{ kg}$ 、 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 、 $\theta = 30^\circ$ より

$$mg \sin \theta = 2 \times 9.8 \times \sin 30^\circ = 19.6 \times \frac{1}{2} = 9.8 \text{ [N]}$$

$$mg \cos \theta = 2 \times 9.8 \times \cos 30^\circ = 19.6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 17.0 \text{ [N]}$$

④ 物体に働く力

① 斜面の水平方向の動の分力

$$mg \sin \theta = 9.8 \text{ [N]}$$

② 斜面の垂直方向の重力の分力

$$mg \cos \theta = 17.0 \text{ [N]}$$

③ 斜面が物体を押す垂直抗力 N

$$N = mg \cos \theta = 17.0 \text{ [N]} \quad \text{※ ②と③を大きさは同じで向きが逆}$$

(2) 仕事 $W = F \times x \rightarrow$ 仕事は力と移動距離の積

① 斜面の水平方向の仕事

$$W = F \times x = mg \sin \theta x$$

問題より斜面の距離 x は $x = 0.5 \text{ m}$ 、斜面の角度 $\theta = 30^\circ$

$m = 2 \text{ kg}$ 、 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ を上式に代入する

$$F = 2 \times 9.8 \times \sin 30^\circ \times 0.5 = 4.9$$

④ 4.90 [J]

②・③ 斜面の垂直方向は、移動距離がゼロなので仕事もゼロ

④ 0 [J]

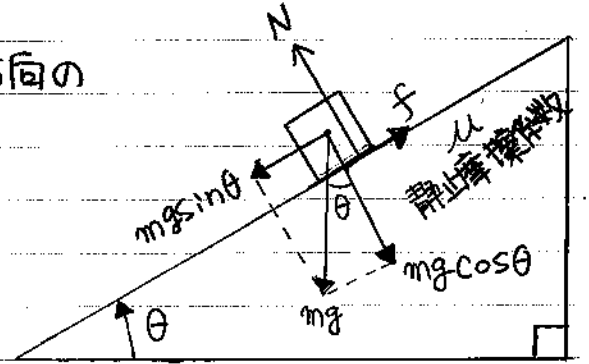
120. 考え方: ①斜面上では重力の分力と静止摩擦力が存在し、
重力の分力 < 静止摩擦力で物体は静止し、
重力の分力 > 静止摩擦力で物体は動き始める。

- ① 角度 θ が大きくなると重力の分力 ($mg \sin \theta$) は大きく、静止摩擦力 ($\mu' mg \cos \theta$) は小さくなる。
② 物体が動き出す時には、 $mg \sin \theta \geq \mu' mg \cos \theta$ が成立する。

(1) 物体が動き出した時の斜面の水平方向の力の釣り合いを考えると、
重力の分力 \geq 静止摩擦力 f

$$mg \sin \theta \geq f \quad \text{が成り立つ}$$

$$\underset{f}{\text{静止摩擦力}} = \underset{\mu}{\text{静止摩擦係数}} \times \underset{N}{\text{垂直抗力}}$$



垂直抗力 = 重力の斜面の垂直方向の分力なので $N = mg \cos \theta$

$$N = mg \cos \theta = 2 \times 9.8 \times \cos 30^\circ = 16.97 \quad \text{答} \quad 17.0 \text{ [N]}$$

(2) $f = \mu N = \mu mg \cos \theta \rightarrow$ 静止摩擦力 $\rightarrow \mu$ が未知なので μ を求める。

$$mg \sin \theta \geq f, \quad f = \mu mg \cos \theta \text{ の式より}$$

動き出す瞬間は \geq は $=$ となるので、 $=$ で考える。

$$mg \sin \theta = \mu mg \cos \theta \quad \mu = \sin \theta / \cos \theta \rightarrow \mu \leq \tan \theta$$

$$\mu = \tan 30^\circ = 0.577 \quad \mu = 0.58$$

(3) の答え $\mu = 0.58$

$$f = \mu mg \cos \theta = \mu N = 0.58 \times 17.0 = 9.81 \text{ [N]}$$

(2) 答 9.81 [N]

(3) 答 0.58

121.

斜面の物体にかかる力 \rightarrow 滑っている \rightarrow 動摩擦力

水平方向 $mg \sin \theta$ 、 $f = \mu' mg \cos \theta$

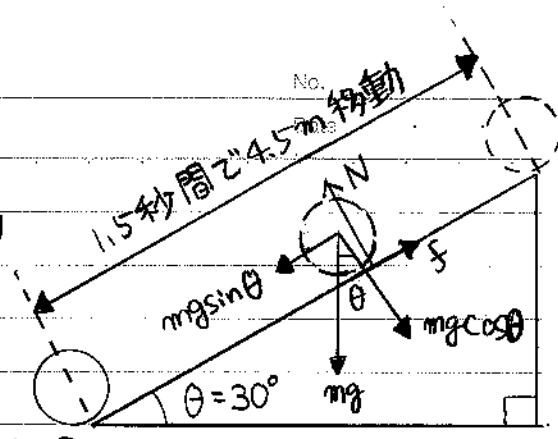
垂直方向 N 、 $mg \cos \theta$ $N = mg \cos \theta$

斜面の

垂直方向は $N = mg \cos \theta$ で 2つの力が釣り合っている

斜面の

水平方向は、右上から左下に滑っている \rightarrow 等加速度直線運動



水平方向の力の釣り合い $F = ma = mg \sin \theta - f = mg \sin \theta - \mu' mg \cos \theta$

重力の分力 - 動摩擦力

$ma = mg \sin \theta - \mu' mg \cos \theta$ ① 斜面の水平方向の物体の運動方程式

①より $a = g \sin \theta - \mu' g \cos \theta$ ②

物体は ②式の加速度を持つ、等加速度運動で斜面を落下

μ' が未知のため②から a を先に求めたいので、設問中の1.5秒で4.5mを「等加速度運動」で通過したという情報から、 a を計算する

等加速度運動の変位 x と時間 t と加速度 a の関係式 ($x = 4.5\text{m}$, $t = 1.5\text{s}$)

$$x = \frac{1}{2} at^2 \rightarrow a = \frac{2x}{t^2} = \frac{2 \times 4.5}{1.5^2} = 4.0$$

(1) $4.0 [\text{m/s}^2] \rightarrow$ ①

(2) ②式を $\mu' =$ の形に変形し、 $a = 4 [\text{m/s}^2]$ 、 $g = 9.8 [\text{m/s}^2]$ 、 $\theta = 30^\circ$ を代入

$$\mu' g \cos \theta = g \sin \theta - a$$

$$\mu' = \frac{g \sin \theta}{g \cos \theta} - \frac{a}{g \cos \theta} = \tan \theta - \frac{a}{g \cos \theta}$$

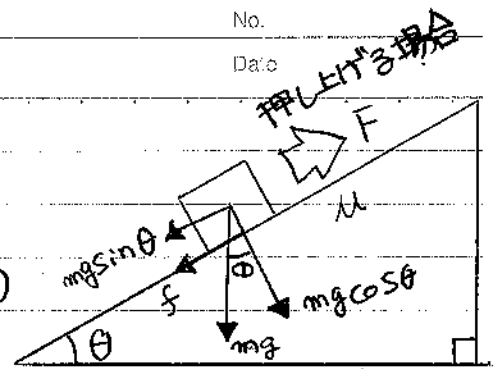
$$\mu' = \tan 30^\circ - \frac{4.0}{9.8 \times \cos 30^\circ} = 0.577 - 0.471 = 0.106$$

(2) $\mu' = 0.11 \rightarrow$ ②

122.

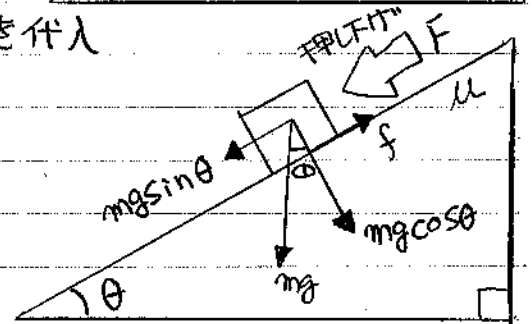
① 押し上げる場合の斜面の水平方向の運動方程式

$$F \geq mg \sin \theta + f \rightarrow F \geq mg \sin \theta + \mu mg \cos \theta \quad ①$$



①に $m = 0.6 \text{ kg}$, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$, $\theta = 30^\circ$, $\mu = 0.7$ を代入

$$\begin{aligned} F &\geq 0.6 \times 9.8 \times \sin 30^\circ + 0.7 \times 0.6 \times 9.8 \times \cos 30^\circ \\ &\geq 2.94 + 3.56 = 6.50 \end{aligned}$$



② 押し上げには 6.50 [N] 以上の力が必要

② 押し下げる場合の斜面の水平方向の運動方程式

$$\begin{aligned} F + mg \sin \theta &\geq f \rightarrow F + mg \sin \theta \geq \mu mg \cos \theta \\ F &\geq mg (\mu \cos \theta - \sin \theta) \quad ② \end{aligned}$$

②に $m = 0.6 \text{ kg}$, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$, $\theta = 30^\circ$, $\mu = 0.7$ を代入

$$F \geq 0.6 \times 9.8 (0.7 \times \cos 30^\circ - \sin 30^\circ) = 5.88 (0.606 - 0.5) = 0.62$$

③ 押し下げには 0.62 [N] 以上の力が必要

ポイント

○ 摩擦力は物体の運動方向と逆向きにかかる。

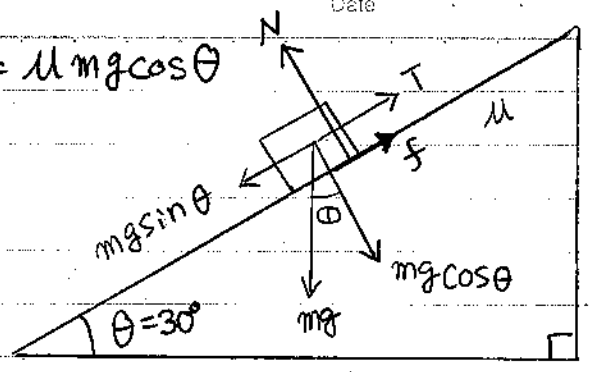
○ 押し上げる場合は、摩擦力 $\mu mg \cos \theta$ と重力の水平分力 $mg \sin \theta$ が、押し上げるのを妨げる方向に働く

○ 押し下げる場合は、重力の水平分力 $mg \sin \theta$ は押し下げる力 F と同一方向に、摩擦力 $\mu mg \cos \theta$ のみが、押し下げを妨げる方向に働く。

123.

$$f = \mu N = \mu mg \cos \theta$$

(1) 右図参照



ポイント 糸がなければ"物体は左下に滑り落ちるので、この場合の摩擦力の向きは、落下方向と逆向きで張力Tと同じ向きになる。

糸が付いて物体が静止している場合の、斜面の水平方向の運動方程式は、
 $mg \sin \theta = T + f \rightarrow mg \sin \theta = T + \mu mg \cos \theta$ ①

$$m = 4 \text{ kg}, g = 9.8 \text{ m/s}^2, \theta = 30^\circ, \mu = 0.2$$

(2) $mg \sin \theta = 4 \times 9.8 \times \sin 30^\circ = 19.6 \text{ [N]}$

(3) $f = \mu N = \mu mg \cos \theta \rightarrow N = mg \cos \theta = 4 \times 9.8 \times \cos 30^\circ = 33.9 \text{ [N]}$

(4) $f = \mu N = \mu mg \cos \theta = 0.2 \times 33.9 = 6.789 \text{ [N]}$

(5) $mg \sin \theta > f = \mu mg \cos \theta$ なので、左下に滑り落ちる。
19.6 N 6.79 N

進行方向が左下となるので、摩擦力の向きは物体の進行方向と逆で右上の方向となる。

(6) 滑り落ちないためには ①式が成立しなければなりません。
よって張力 T は

$$mg \sin \theta = T + \mu mg \cos \theta \text{ ①} \rightarrow T = mg(\sin \theta - \mu \cos \theta) \text{ ②}$$

②に $m = 4 \text{ kg}, g = 9.8 \text{ m/s}^2, \theta = 30^\circ, \mu = 0.2$ を代入

$$T = 4 \times 9.8 (\sin 30^\circ - 0.2 \cos 30^\circ) = 39.2(0.5 - 0.173) = 12.8$$

② 12.8 [N]

(7) 進行方向が右上となるので、摩擦力の向きは左下。

(8) 運動方程式: $mg \sin \theta + f = T \rightarrow T = mg \sin \theta + \mu mg \cos \theta$ ③

③に $m = 4 \text{ kg}, g = 9.8 \text{ m/s}^2, \theta = 30^\circ, \mu = 0.2$ を代入

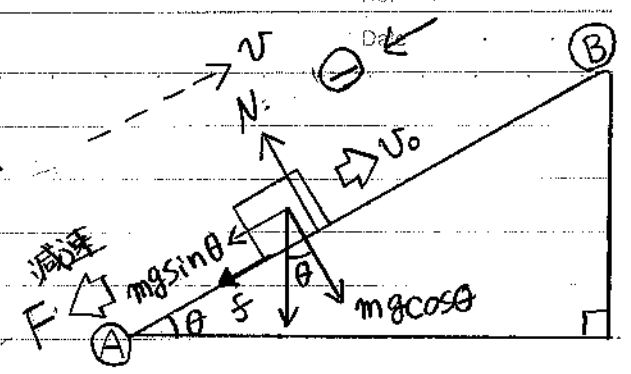
$$T = 19.6 + 6.78 = 26.38 \text{ [N]} \text{ ③ } T = 26.4 \text{ [N]}$$

No. 進行方向を⊕に
方向 → ⊕

124. 斜面の水平方向の物体の速度 v の式は

$$v = v_0 - at \quad \text{①}$$

初速 v_0 の物体が、 $-a$ の加速度で減速しながら斜面を登っていく。



減速力 F は重力の分力 $mgsin\theta$ と摩擦係数 $f = \mu' mgcos\theta$ の向きを右上 ⊕、左下 ⊖ とし運動方程式を立てると、

$$F = -mgsin\theta - f \rightarrow F = -mgsin\theta - \mu' mgcos\theta \quad \text{②}$$

②の F を ma とし $a = \bigcirc$ の形に変形

$$ma = -mgsin\theta - \mu' mgcos\theta \rightarrow a = gsin\theta - \mu' gcos\theta \quad \text{③}$$

③に $g = 9.8 \text{ m/s}^2$, $\theta = 30^\circ$, $\mu' = 0.4$ を代入

$$a = -9.8 \times \sin 30^\circ - 0.4 \times 9.8 \times \cos 30^\circ = -4.9 - 3.39 = -8.29 \quad \text{答} \quad -8.29 [\text{m/s}^2]$$

(2) ①から斜面を登り始め、③まで斜面を登ったとすると、③で $v = 0$ となる。よって③で①は $0 = v_0 - at$ となり斜面を上る時間は $t = v_0/a$ [s] となる。 $t = v_0/a \quad \text{④}$

斜面の水平方向の物体の変位 x の式は

$$x = v_0 t - \frac{1}{2} at^2 \quad \text{⑤}$$

$$\text{⑤に④を代入すると } x = \frac{v_0^2}{a} - \frac{a}{2} \frac{v_0^2}{a^2} = \frac{v_0^2}{a} - \frac{v_0^2}{2a} = \frac{v_0^2}{2a}$$

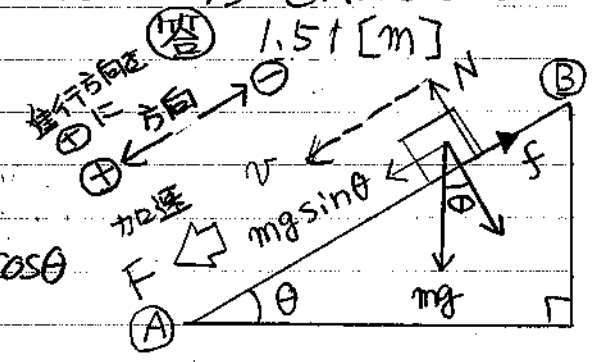
$$v_0^2 = 2ax \quad \text{⑥} \rightarrow a = 8.29 \text{ m/s}^2, v_0 = 5 \text{ m/s}^2 \text{ を代入し } x = \bigcirc \text{ に } x = v_0^2 / 2a = 5^2 / (2 \times 8.29) = 1.508 \quad \text{答} \quad 1.51 [\text{m}]$$

(3) ③から①へ物体が移動する場合の運動方程式は

$$F = mgsin\theta - f \rightarrow F = mgsin\theta - \mu mgcos\theta$$

$$\rightarrow ma = mgsin\theta - \mu mgcos\theta$$

$$a = gsin\theta - \mu gcos\theta \quad \text{⑦}$$



$$a = 4.9 - 3.39 = 1.51 \quad \text{答} \quad 1.51 [\text{m/s}^2]$$

ポイント※摩擦力は物体の進行方向の逆向きにかかる。よって(1)と(3)では摩擦力の力の向きは同じだが、向きは逆転する。