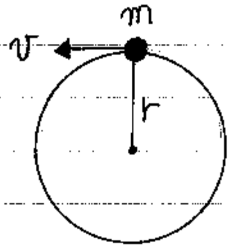
1.6E 等速円運動 ①

No.

Date

128. 問題より r, m, f を求める。→(kg, m, s)



r：0.4m　m：0.05kg → SI単位に変換

1分間に180回転 (180rpm) → 60秒で割ると1秒当たりの回転数 180/60 = 3回/秒

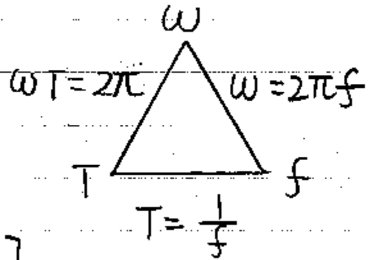
f：振動数 又は周波数 → ○○回/秒 = s^{-1} = Hz

f = 3回/s = 3Hz

r = 0.4m、m = 0.05kg、f = 3Hz を用いて ω, v, a, T を求める。

(1) 上記数値と右図の ω, T, f の関係式を用いて

答 $\omega = 2\pi f = 2\pi \times 3 = 6\pi = 18.8$ [rad/s]



(2) 等速円運動の速度の公式 $v = r\omega$ より

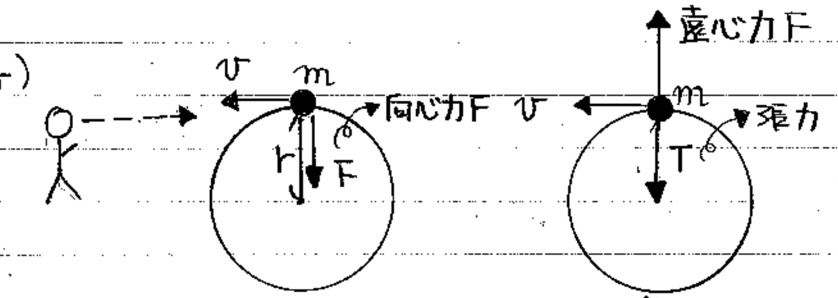
r = 0.4[m] ω = 18.8[rad/s] を代入

$v = 0.4 \times 18.8 = 7.52$ [m/s] → 答 7.52[m/s]

(3) 公式 $a = r\omega^2$ より

$a = 0.4 \times 18.8^2 = 141.37$ [m/s²] → 141[m/s²] → 答 1.41×10^2 [m/s²]

(4)



(A)　　(B)

物体 m を外から見た時にかかっていると考える力は向心力F

物体 m に実際にかかっている力は遠心力F

(A) 回転している物体を外から見た場合

(B) 回転している物体mに実際にかかる力

向心力と遠心力は大きさが同じで向きが逆

この場合は(B)として考えると → 遠心力が円運動で発生 → m は外向きに引っ張られる → 遠心力と釣り合うために張力 T が発生 → 円運動を維持

円運動 → 向心力が発生 → 向心力の慣性力として遠心力Fが発生

慣性力：加速している物体内部に働く、加速方向と逆向きの力

向心力 = 遠心力 = $mr\omega^2$ = 張力T → $T = m\underbrace{r\omega^2}_{a}$　a → (3)の答

大きさ同じで向き逆

$T = 0.05 \times 1.41 \times 10^2 = 7.05$　答 7.05N

1.6E 等速円運動 ②

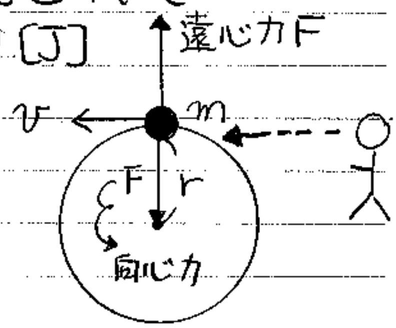
No.

Date

128.(5) 速度v、質量mで等速円運動をしている物体の運動エネルギーは $E=\frac{1}{2}mv^2$

式に $m=0.05$ kg　$v=7.52$ m/s (2)の答えを代入

$E=\frac{1}{2}\times0.05\times7.52^2=1.41$ [J]　答 1.41[J]



129. 問題より $m=0.1$ kg 半径 $r=1$ m

1秒間に3回転 → 1秒間に $3\times2\pi=6\pi$ rad

進む → 角速度 $\omega=6\pi$ [rad/s]

↳ ωは1秒間にラジアン角度が進むか

向心力 → 円の中心方向にかかる力（実際のmには遠心力がかかっている）

向心力はmを外から見た時に考える力 → 向心力 $F=mr\omega^2$ より

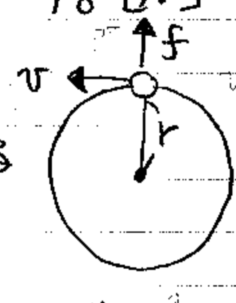
$m=0.1$[kg]　$r=1$[m]　$\omega=6\pi$[rad/s]を式に代入

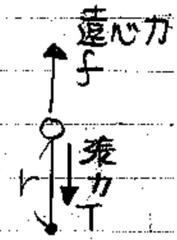
$F=0.1\times1\times(6\pi)^2=35.49$　答 35.5[N]の向心力が働く

運動エネルギー $E=\frac{1}{2}mv^2$　$v=r\omega$ より $r=1$m　$\omega=6\pi$

$v=6\pi=18.84$[m/s]　$E=\frac{1}{2}\times0.1\times18.84^2=17.74$　答 17.7[J]

130. 糸が切れる力の大きさ　$10\text{kg}\times9.8\ \text{m/s}^2=98$ [N]





等速円運動では遠心力fと張力Tが釣り合っているが、Tが98N以上となると糸が切れる

よって $f\geqq T$ ($T=98$N) が成り立つ

$f=mr\omega^2$ で $m=0.1$kg, $r=1.0$m なので

$mr\omega^2\geqq T$　$\omega^2\geqq\frac{T}{mr}$　$\omega\geqq\sqrt{\frac{T}{mr}}=\sqrt{\frac{98}{0.1\times1}}=31.3$[rad/s]

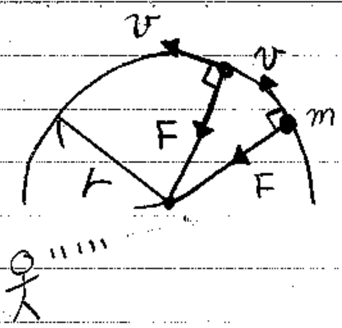
$\omega T=2\pi$　$\omega/2\pi=1/T=f$ より

$f=\frac{31.3}{2\pi}=4.98$　5回転以上で切れる 答

1.6E 等速円運動 ③

No.
Date

131. 右図の様に $m=2kg$ の物体が $v=4m/s$ で
等速度運動をしている。この物体に $v \perp F$
という条件で外力 F を加えると、物体 m には
F が向心力として働く。



向心力 $F = mr\omega^2 = m \cdot v^2/r$ ①

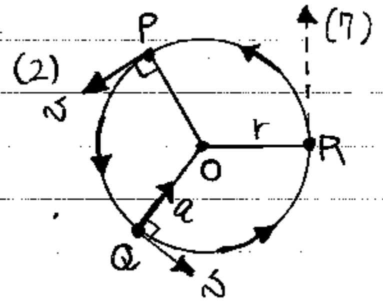
向心力 $F=8N$ で固定。一方速度 v も $4m/s$ で固定。
$F=8N$、$v=4m/s$ の条件を満たす円運動を実現するには

$F = m\frac{v^2}{r} \rightarrow r = \frac{mv^2}{F}$ ② ②式が成立

$m=2kg$、$v=4m/s$、$F=8N$ を②に代入

$r = \frac{2 \times 4^2}{8} = 4\ m$ 答 回転半径 $r=4m$、速度 $v=4m/s$ の等速円運動

132. ポイント：円運動のみで重力は考えなくても良い。
問題より $r=0.7m$、$m=0.02kg$、$f=0.5$ 回/s（2秒で1回、1秒で0.5



周期　　　　　　　　　　　　回転数

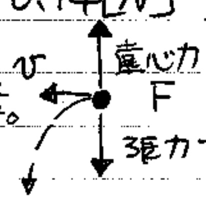
(1) $T = 1/f$ より $T = 1/0.5 = 2[s]$ ①
$\omega T = 2\pi$ より $\omega = 2\pi/T = 2\pi/2 = \pi[rad/s]$
答 $\omega = 3.14[rad/s]$

(2) $v=r\omega$ より $r=0.7m$ $\omega=3.14\ rad/s$ を代入
$v = 0.7 \times 3.14 = 2.198$ 答 $2.20[m/s]$ ベクトルは図参照

(3) $a = v\omega = r\omega^2 = v^2/r$ より $a=v\omega$ を使用
$\omega = 3.14\ rad/s$、$v=2.20\ m/s2$ を代入
$a = 2.20 \times 3.14 = 6.908$ 答 円の中心方向に $6.91[m/s^2]$

(4) 張力 T = 遠心力で釣り合っている $T = ma = 0.02 \times 6.91 = 0.14[N]$
答 $0.14[N]$

(5) $\omega = 2\pi f$ $a = r\omega^2 = r4\pi^2 f^2$ より
f が2倍で $a=4$ 倍 $F=ma$ なので f 2倍で F 4倍。
遠心力 F は f 2倍で4倍なので、円運動で F と釣り合って
いる（大きさ同じで向きが逆）張力 T も F と同じ
答 4倍

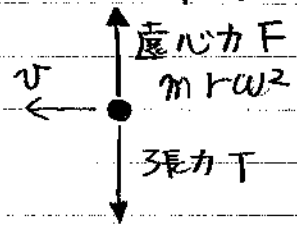


1.6E 等速円運動④

(6) $\omega = 2\pi f$ より $f = \omega/2\pi$ ①

糸が切れる角速度ωが分かれば、糸が切れる回転数fも分かる。
ωを求めるために、物体の力の釣り合いの式を立ててωを求める。
$T \leqq mr\omega^2$ ($T = 9.8N$) で糸が切れる

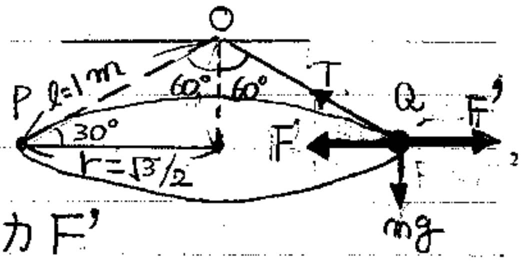
$\omega \geqq \sqrt{\dfrac{T}{mr}} = \sqrt{\dfrac{9.8}{0.02 \times 0.7}} = 26.45$ rad/s ②



② $\omega = 26.45$ rad/s を ① に代入
$f = 26.45/2\pi = 4.21$ 回/s　　答 毎秒4.21回転以上

(7) 小球の飛び去る方向は前ページの図を参照。
$v = r\omega$ に $r = 0.7$ m　$\omega = 26.45$ rad/s を代入
$v = 0.7 \times 26.45 = 18.52$　　答 18.5 m/s で方向は円の接線方向

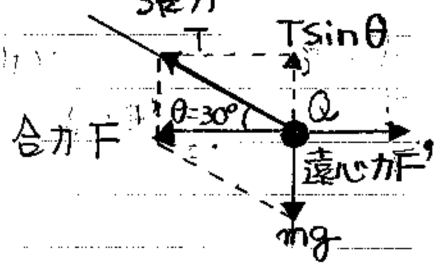
133. ポイント：小球に働いている力を求めるため
向心力ではなく遠心力を考える。



(1) 小球に働いている力
張力T、重力mg、Tとmgの合力F、遠心力F'
$m = 0.1$kg、$g = 9.8$ m/s^2

(2) $l = 1$m、$\theta = 30°$ より
$r = l\cos\theta = 1 \times \sqrt{3}/2 = 0.87$ m
回転半径 $r = 0.87$ m ①
Q点での水平方向と垂直方向の力の釣り合い
水平方向：$F' = T\cos\theta = F = mr\omega^2$
$T\cos\theta = mr\omega^2$ ②
垂直方向　$T\sin\theta = mg$ ③

Q点での力



$\dfrac{③}{②} = \dfrac{T\sin\theta}{T\cos\theta} = \dfrac{mg}{mr\omega^2} \longrightarrow \tan\theta = \dfrac{g}{r\omega^2}$ ④

④より $r\omega^2 = a = \dfrac{g}{\tan\theta}$ ⑤　物体mの円運動の加速度

$F = ma = 0.1 \times 9.8/\tan 30° = 1.70$ [N] → F'とF
重力 $mg = 0.1 \times 9.8 = 0.98$ [N]
張力T ③より $T = mg/\sin\theta = 0.1 \times 9.8/\sin 30° = 1.96$ [N]

1.6 E 等速円運動 ⑤

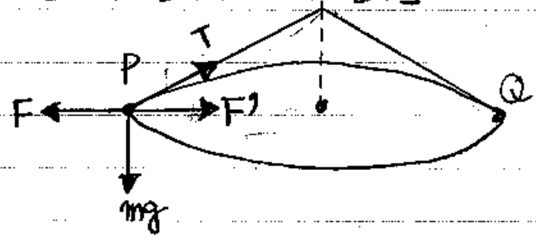
No.

Date

133. (2) の続き

答 重力 0.98[N]、張力 1.96[N]、遠心力Fと張力と重力の合力 F' 1.70[N]

(3) 右図の様に合力 F は Q 点と向きが逆になり、円の中心方向に向かう



(4) Q点と同じ 1.70[N]

(5) ⑤より $r\omega^2 = g/\tan\theta$ $\omega = \sqrt{\dfrac{g}{r\cdot\tan\theta}} \doteqdot \sqrt{\dfrac{9.8}{0.87\times\tan 30^\circ}} = 4.42$[rad/s]

$\omega = 4.42$[rad/s] ⑥ → Tの式に代入

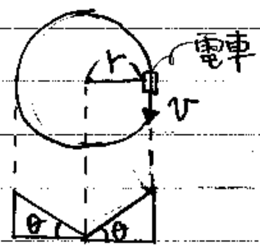
$\omega T = 2\pi \rightarrow T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{2\pi}{4.42} = 1.42$[S] 答 周期 T=1.42[S]

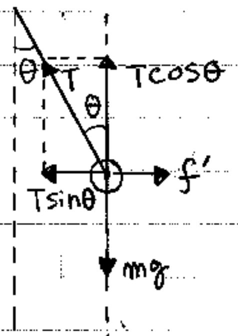
134. 電車中の振り子には、重力 mg, 遠心力 f', 張力 T の3つの力がかかり、x, y方向で力が釣り合っている。

遠心力 $F = mr\omega^2 = m\dfrac{v^2}{r}$

x方向の力の釣り合い $T\sin\theta = m\dfrac{v^2}{r}$ ①

y方向の力の釣り合い $T\cos\theta = mg$ ②





(1) 向心力(物体を外から見た時に働く力)
遠心力(物体にかかる力(慣性力))
向心力 = 遠心力 で向きのみが逆
よって $F = m\dfrac{v^2}{r}$ 答 $m\dfrac{v^2}{r}$

(2) ②を変形し $T = mg/\cos\theta$ ②' ②'を①に代入

$\dfrac{mg}{\cos\theta}\cdot\sin\theta = mg\tan\theta = m\dfrac{v^2}{r}$ 答 $mg\tan\theta$

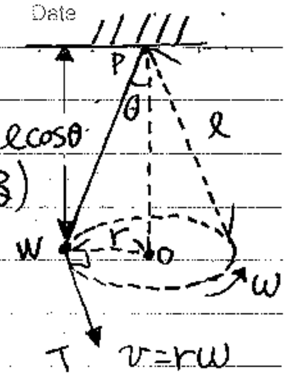
(3) v 大 → f' 大 となるため、θが大きくなって力が釣り合う

答 θは大きくなる

135. → 2ページ後の⑦に

1.6 E 等速円運動⑥

No.
Date

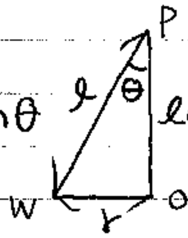


136. ωで物体にかかる力

(1) 答 遠心力 $mr\omega^2$，張力S，重力 mg

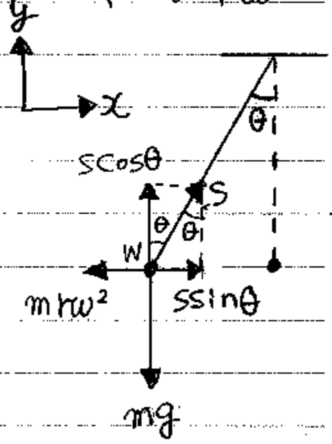
（張力Sは x方向の力$S\sin\theta$、y方向の力 $S\cdot\cos\theta$ に分解できる）

(2) x方向とy方向の運動方程式



x方向：$mr\omega^2 = S\cdot\sin\theta$ ①　　$r=\ell\sin\theta$

y方向：$mg = S\cdot\cos\theta$ ②



右上図より 糸の長さℓと角度θにより $r=\ell\sin\theta$ ③
が成立している →①に③を代入

x方向：$m\ell\sin\theta\,\omega^2 = S\cdot\sin\theta$ ④
y方向：$mg = S\cdot\cos\theta$ ⑤　} (2) 答

(1) 答

(3) ④を $\omega=$ ◯ の形に

$$\omega^2 = \frac{S\cdot\sin\theta}{m\ell\cdot\sin\theta} = \frac{S}{m\ell} \quad ⑥$$

⑥のSに⑤を変形した $S=mg/\cos\theta$ を代入

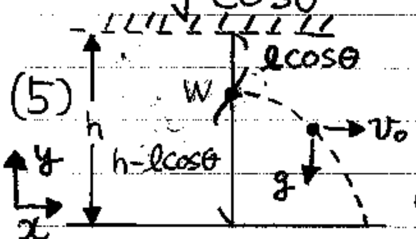
$$\omega^2 = \frac{1}{m\ell}\frac{mg}{\cos\theta} = \frac{g}{\ell\cos\theta} \quad \therefore\ \omega = \sqrt{\frac{g}{\ell\cos\theta}} \quad ⑦$$ (3) 答

(4) おもりは半径rと垂直な、円の接線方向に、等速直線運動で飛び去る

$$v = r\omega = \ell\sin\theta\cdot\sqrt{\frac{g}{\ell\cos\theta}} = \sqrt{\frac{\ell^2\sin^2\theta\cdot g}{\ell\cos\theta}} = \sqrt{\frac{\ell g\sin^2\theta}{\cos\theta}} \quad ⑧$$

$$v = \sqrt{\frac{\ell g\sin^2\theta}{\cos\theta}} \quad ⑧$$ (4) 答

(5)



糸が切れた物体の運動の断面図

x方向：等速v_0の等速直線運動　$x=v_0t$ ①

y方向：加速度gの自由落下　$y=\frac{1}{2}gt^2$ ②

①と②のtは等しいため ②を$t=$◯ にして ①に代入

$t^2=\frac{2y}{g}$ ②′　yは図より $y=h-\ell\cos\theta$　$t^2=\frac{2(h-\ell\cos\theta)}{g}$　$t=\sqrt{\frac{2(h-\ell\cos\theta)}{g}}$

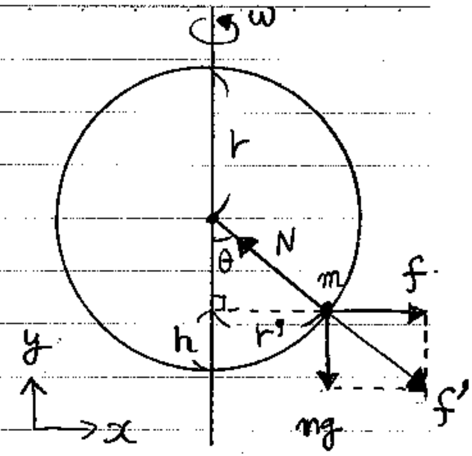
① $x=v_0t$ に $v_0=\sqrt{\ell g\sin^2\theta/\cos\theta}$，$t=\sqrt{2(h-\ell\cos\theta)/g}$ を代入

$$x = \sqrt{\frac{\ell g\sin^2\theta}{\cos\theta}}\cdot\sqrt{\frac{2(h-\ell\cos\theta)}{g}} = \sqrt{\frac{2\ell g\sin^2\theta(h-\ell\cos\theta)}{\cos\theta}}$$ (5) 答

No.

Date

135. 物体mに働く力



(1) 遠心力 f
　　重力 mg } 2つの合力が f'
　　垂直抗力 N = f' (力大きさが等しい)

遠心力 $f = mr'\omega^2$　$r' = r\sin\theta$

$f = mr\omega^2\sin\theta$

x方向とy方向の力の釣り合いを考える

$r = 0.2$[m)　$\omega = 10$[rad/s]

$m = 0.01$[kg]

x方向　$N\sin\theta = mr\omega^2\sin\theta$　①

y方向　$N\cos\theta = mg$　②

$N = mg/\cos\theta$　②'

①に②'を代入　$\frac{mg}{\cos\theta}\cdot\sin\theta = mr\omega^2\sin\theta$

$g = r\omega^2\cos\theta$　$\cos\theta = g/r\omega^2$

$\cos^{-1}\left(\frac{g}{r\omega^2}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{9.8}{0.2\times10^2}\right) = 60.65°$

②の $N\cos\theta < mg$ だとmは下に落下。よって $N\cos\theta = mg$ の条件となる $\theta = 60.7°$ までは上昇し、半径r'の等速円運動で回転する。

高さhの式　$h = r - r\cos\theta = r(1-\cos\theta) = 0.2(1-\cos 60.7°)$

$= 0.102$　(10.2cm)

答 0.102[m]

(2) $\theta = 60.7°$で物体が輪から受ける力 → 垂直抗力N

$N = \frac{mg}{\cos\theta} = \frac{0.01\times9.8}{\cos 60.7} = 0.20$　答 0.20[N]

→※ 2017 7/21 修正

(ポイント)　重力 mg, 遠心力 $f = mr'\omega^2$, 垂直抗力Nの3つの力を考え、x, y方向の力の釣り合いの式を連立して解く

物体mの回転半径は、rではなく$r' = r\sin\theta$ である事に気が付く

No.

Date